

Дәріс 8

Модуляция және Детектирлеу теориясының негіздері

Дәрістің мақсаты

Модуляция және детектирлеу теориясының негізгі ұғымдарын, түрлерін және олардың жұмыс істеу принциптерін түсіндіру. Линеялі және бейсызық жүйелерде сигналдардың түрленуін, спектрлік сипаттамаларын, және практикалық қолдану салаларын қарастыру.

Кіріспе

Байланыс жүйелерінде ақпаратты алыс қашықтыққа сенімді жеткізу үшін модуляция мен детекция әдістері кеңінен қолданылады. Бұл әдістер сигналдардың жиілік спектрін өзгерту, олардың берілу арнасындағы кедергілерге төзімділігін арттыру және ақпаратты жоғалтпай қабылдауға мүмкіндік береді. Модуляция мен детекция теориясының негіздерін меңгеру — телекоммуникация және радиотехника салаларында маңызды білімнің бірі болып табылады.

Модуляция

Ақпарат көзін байланыс арнасына сәйкестендіру үшін модуляция қолданылады. **Модуляция** — бұл бастапқы (модуляциялайтын) сигналдың заңы бойынша тасымалдаушы (несуший) сигналдың бір немесе бірнеше параметрлерін өзгерту процесі. Тасымалдаушы сигнал ретінде ақпаратты қабылдаушыға ең аз шығынмен жеткізе алатын сигнал таңдалады. Әдетте, мұндай сигнал — гармониялық тербеліс: $u(t) = U * \cos(\omega t + \varphi)$. Бұл сигналдың үш еркін параметрі бар: амплитудасы (U), жиілігі (ω), бастапқы фазасы (φ). Модуляцияны жүзеге асыратын құрылғы **модулятор**, ал қабылдау жағында модуляцияны кері өңдейтін процесс **демодуляция** немесе **детектирлеу** деп аталады. Бұл процесті орындайтын құрылғы **детектор** деп аталады. Модуляцияның басты мақсаттарының бірі — бастапқы сигнал спектрін жоғары жиілікке көшіру (транспозициялау).

Сигналдардың түрленуі және спектрлері

Сызықты жүйелер (тұрақты параметрлі) сигнал спектрін көшіруді орындай алмайды. Себебі, олар суперпозиция принципіне бағынады:

$$1. T[u_1(t) + u_2(t)] = T[u_1(t)] + T[u_2(t)]$$

$$2. T[\lambda \cdot u(t)] = \lambda \cdot T[u(t)] \text{ — мұнда } T[\cdot] \text{ — түрлендіру операторы, } \lambda \text{ — тұрақты коэффициент.}$$

Сызықты жүйе арқылы өтетін кез келген гармоникалық сигнал өзінің формасын және спектрін сақтап қалады. Спектрді көшіру, жиілікті көбейту және басқа да осындай операциялар үшін бейсызық (нелинейлі) жүйелер қажет.

Бейсызық және параметрлік жүйелер

Бейсызық жүйеде шығыс сигналы мен кіріс сигналының арасындағы байланыс бейсызық теңдеумен беріледі: $u_{\text{шығ}}(t) = f(u_{\text{кір}}(t), t)$.

Егер функция $f(u, t)$ уақытқа тәуелсіз болса ($f(u, t) = f(u)$), онда мұндай жүйе инерциясыз **бейсызық жүйе** деп аталады. Бейсызық жүйелер сигнал спектрін кеңейтуге (обогащение спектра) үлкен мүмкіндік береді. Бейсызық элементтер ретінде мыналар қолданылады:

- Жартылай өткізгіш диодтар,
- Биполярлы және өрістік транзисторлар.

Бейсызық элементтің сипаттамасы — вольтамперлік сипаттама (ВАХ). Мұнда кіріс әсері — кернеу, ал шығыс — ток.

ВАХ бойынша есептеулер

Тұрақты токтағы бейсызық элементтің (БЭ) кедергісі:

$$R_0 = U_0 / I_0$$

(U_0 – берілген кернеу, I_0 – нәтижедегі ток)

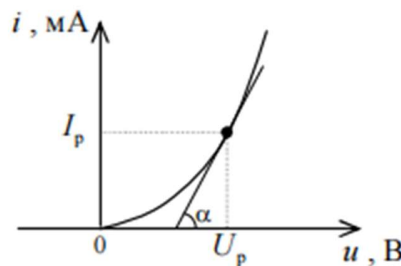
Егер ВАХ бойынан жұмыс нүктесін (U_p , I_p) таңдап, оған кернеу бойынша Δu өзгеріс берсек, дифференциалды кедергі есептеледі:

$$R_{\text{диф}} \approx \Delta u / \Delta i$$

Немесе дифференциалды өткізгіштік (крутизна):

$$S_{\text{диф}} = 1 / R_{\text{диф}} = \Delta i / \Delta u$$

Бұл жұмыс нүктесінде ВАХ қисығына жүргізілген жанама сызықтың еңіс бұрышының тангенсіне тең.



Сурет 1 – БЭ ВАС-і

ВАС аппроксимациясы

Есептеулерді жеңілдету үшін нақты вольтамперлік сипаттаманы (ВАС) математикалық тұрғыда қарапайым және жуық қисықпен алмастырады. Мұндай алмастыру **аппроксимация** деп аталады. Аппроксимацияның бірнеше түрі бар.

Полиномиалдық (дәрежелік) аппроксимация

Бұл тәсіл сызықсыз ВАС-ны жұмыс нүктесінің маңайында Тейлор қатарына жіктеуге негізделген:

$$i = a_0 + a_1(u - U_p) + a_2(u - U_p)^2 + \dots + a_n(u - U_p)^n$$

Полиномның дәрежесі неғұрлым жоғары болса, тоқты есептеу дәлдігі соғұрлым артады, бірақ есептеулер күрделене түседі. Төмен дәрежелі полином ВАС-тың шағын бөлігін жақсы сипаттайды. Сондықтан бұл тәсіл **әлсіз кіріс сигналдарында** қолданылады. Ал егер сигнал үлкен диапозонда өзгертін болса, бұл аппроксимацияның дәлдігі күрт төмендейді.

Бөлшектеп сызықтық (кусочно-линейная) аппроксимация

Бұл тәсілде ВАС жуық түрде екі түзу кесіндісінен тұратын **сынық сызықпен** алмастырылады:

$$i = \begin{cases} 0, & u < U_{\text{отс}}, \\ S(u - U_{\text{отс}}), & u \geq U_{\text{отс}}, \end{cases}$$

Мұндағы $U_{\text{отс}}$ — **тоқ жүрмейтін (отсечка)** кернеуі, S — ВАС-тың түзу бөлігінің **тіктігі**. Бұл тәсіл **күшті кіріс сигналдарында** қолданылады.

Көрсеткіштік (экспоненциалдық) аппроксимация

Бұл әдісте сызықсыз элементтің ВАХ-ы келесі формуламен сипатталады:

$$i(u) = I \cdot (e^{a \cdot u} - 1)$$

Мұндағы I және a — берілген тұрақты шамалар. Экспоненциалдық аппроксимация әдетте диодтың ВАС-ын сипаттау үшін қолданылады.

Бейсызық элементтің (БЭ) шығысындағы ток спектрлерін есептеу

Дәрежелі бұрыштар әдісі – бейсызық элементтің (БЭ) вольтамперлік сипаттамасы (ВАС) полиномиалдық аппроксимацияланған жағдайда қолданылады. Егер БЭ кірісіне мынадай кернеу берілсе:

$$u(t) = E_{\text{см}} + U_m \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

онда есептеулерді жеңілдету үшін **жұмыс нүктесін** $U_p = E_{\text{см}}$ деп алу ыңғайлы. Сонда ВАС келесі түрде жуықталады (полином ретінде):

$$i(u) = a_0 + a_1(u - E_{\text{см}}) + a_2(u - E_{\text{см}})^2 + \dots + a_n(u - E_{\text{см}})^n$$

Осы өрнекке $u(t)$ мәнін қойып, тригонометриялық **краттық бұрыштар формулаларын** қолдана отырып, тоқты **Фурье қатары** түрінде жіктеуге болады. Мысалы, жиі қолданылатын краттық бұрыштар формулалары:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}, \quad \cos^3 \alpha = \frac{3 \cos \alpha + \cos 3\alpha}{4}, \quad \cos^4 \alpha = \frac{3 + 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{8},$$

$$\cos^5 \alpha = \frac{10 \cos \alpha + 5 \cos 3\alpha + \cos 5\alpha}{16} \text{ и т.д.,}$$

Нәтижесінде, ток төмендегідей Фурье қатарына жіктеледі:

$$i(t) = I_0 + I_1 \cos(\omega_1 t - \varphi_1) + I_2 \cos(2\omega_1 t - \varphi_2) + I_3 \cos(3\omega_1 t - \varphi_3) + \dots + I_n \cos(n\omega_1 t - \varphi_n)$$

немесе

$$i(t) = \sum_{k=0}^n I_k \cos(k\omega_1 t - \varphi_k),$$

мұнда

$$I_0 = \left| a_0 + \frac{1}{2} a_2 U_m^2 + \frac{3}{8} a_4 U_m^4 + \dots \right|, \quad I_1 = \left| a_1 U_m + \frac{3}{4} a_3 U_m^3 + \frac{5}{8} a_5 U_m^5 + \dots \right|,$$

$$I_2 = \left| \frac{1}{2} a_2 U_m^2 + \frac{1}{8} a_4 U_m^4 + \dots \right|, \quad I_3 = \left| \frac{1}{4} a_3 U_m^3 + \frac{5}{16} a_5 U_m^5 + \dots \right| \quad \text{и т.д.}$$

Егер кіріс кернеуінің амплитудасы аз болса, онда жұмыс нүктесіне қатысты ВАХ-ты екінші дәрежелі полиноммен аппроксимациялау жеткілікті.

$$i = a_0 + a_1(u - E_{\text{см}}) + a_2(u - E_{\text{см}})^2.$$

$$i = I_0 + I_1 \cos(\omega_1 t - \varphi_1) + I_2 \cos(2\omega_1 t - \varphi_2),$$

$$I_0 = \left| a_0 + \frac{1}{2} a_2 U_m^2 \right|, \quad I_1 = |a_1 U_m|, \quad I_2 = \left| \frac{1}{2} a_2 U_m^2 \right|.$$

Сол сияқты, сызықсыз элементтің (СЭ) кірісіне әртүрлі жиіліктегі екі немесе одан да көп гармоникалық тербелістердің қосындысы берілген жағдайда да, шығыс токты есептеуге болады.

Бұл жағдайда **ток спектрінде комбинациялық жиіліктер** пайда болады. Олар келесі түрде беріледі:

$$f = |n_1 f_1 + n_2 f_2 + n_3 f_3 + \dots|$$

Мұндағы:

- $f_1, f_2, f_3, \dots$ — кіріс сигналдарының жиіліктері.
- $n_1, n_2, n_3, \dots$ — кез келген бүтін сандар (оң, теріс немесе нөл болуы мүмкін).

Комбинациялық жиіліктің **тәртібі (реті)** келесі формуламен анықталады:

$$N = |n_1| + |n_2| + |n_3| + \dots$$

Яғни, комбинациялық жиіліктің реті — жиіліктердің бүтін коэффициенттерінің абсолют мәндерінің қосындысына тең.

Кесу бұрышы әдісі бөлшектеп сызықтық аппроксимация қолданылған жағдайда пайдаланылады. Бұл әдіс **бейсызық элементтің (БЭ)** вольт-амперлік сипаттамасы (**ВАС**) күрделі болғанда, оны есептеулерге ыңғайлы ету үшін қарапайым модельмен жуықтау тәсіліне негізделген.

Бұл әдісте БЭ-нің ВАС-ының **сызықты бөлігі** түзу сызықпен, ал қалған бөлігі **горизонталь сызықпен**, яғни абсцисса осімен сәйкес келетін түзумен алмастырылады. БЭ-нің ВАС-ы келесі түрде өрнектеледі:

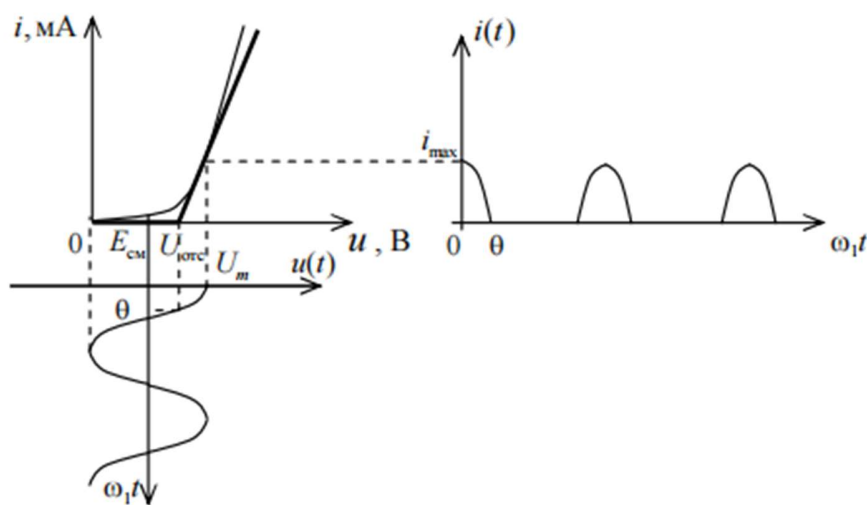
$$i(u) = \begin{cases} 0, & u < U_{\text{кес}} \\ S \cdot (u - U_{\text{кес}}), & u \geq U_{\text{кес}} \end{cases}$$

Мұндағы:

- $U_{\text{кес}}$ — **кесу кернеуі**, яғни ток жүре бастайтын шекті мән;

- S — ВАС-тың сызықты бөлігінің **крутизасы** (еңіс коэффициенті, дифференциалды өткізгіштік).

Бұл аппроксимация **кіріс сигналының амплитудасы үлкен** болғанда тиімді қолданылады, өйткені бейсызық элемент толығымен ашылып/жабылып жұмыс істейді, бұл есептерді жеңілдетіп, ток спектрін оңай анықтауға мүмкіндік береді (сурет 2).



Сурет 2 – Аппроксимация мысалы

Кіріске **гармониялық кернеу** берілген жағдайда:

$$u(t) = E_{cm} + U_m \cdot \cos(\omega_1 t),$$

бейсызық элементтің (БЭ) шығысында **периодты ток импульстері** пайда болады. Бұл импульстер **кіріс гармониялық тербелісті** белгілі бір уақыт аралығында — **ұзақтығы 2θ** болатын үзіндіде қайталайды. Осы процесті сипаттайтын **кесу бұрышы (θ\thetaθ)** мәнін **графиктен анықтауға** болады — яғни, ток тек **cos-сигнал мәні кесу кернеуінен жоғары болғанда** ғана өтеді. Қалған уақытта ток нөлге тең болады.

Осыдан

$$U_{отс} - E_{см} = U_m \cos \theta .$$

$$\cos \theta = \frac{U_{отс} - E_{см}}{U_m}, \quad 0 \leq \theta \leq \pi .$$

Шығыс пульсациялық токты Фурье қатарына жіктегенде, ток функциясы **жұп функция** болғандықтан ($i(t)$ – жұп), **синустық құраушылар нөлге тең болады** (яғни, $b_k=0$).

Сонда Фурье қатары келесі түрде өрнектеледі:

$$i(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(\omega_1 k t), \quad i(t) = \sum_{k=0}^{\infty} I_k \cos(\omega_1 k t - \varphi_k)$$

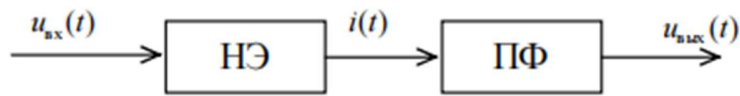
$$a_k = S U_m \gamma_k(\theta), \quad I_k = S U_m |\gamma_k(\theta)|$$

Жиілікті көбейту

Жиілікті көбейту — бұл кіріс гармониялық тербелісінің жиілігін **бүтін санға арттыру** операциясы. Жиілікті көбейту мынадай жағдайларда қолданылады:

- **Берілген генератордан** (мысалы, кварцты генератордан) **жиілігі еселенген тербелістерді алу үшін**;
- **Синхрондау жүйелерінде**, яғни бірнеше құрылғының жұмысын бірізді үйлестіру үшін;
- **Көмекші генераторларда** — мысалы, **гетеродиндерде**, олар модуляторлар мен демодуляторларда жиілікті түрлендіру үшін пайдаланылады;
- Және басқа да радиотехникалық және телекоммуникациялық құрылғыларда.

Жиілікті көбейту үшін **бейсызық элементтер** қолданылады, себебі тек бейсызық жүйелер ғана кіріс сигналынан жоғары реттік гармоникаларды (краттық жиіліктерді) тудыра алады (Сурет 3).



Сурет 3 - Жиілікті көбейту сұлбасы

Егер **бейсызық элементке (БЭ)** белгілі бір жиіліктегі гармониялық тербеліс берілсе:

$$i(t) = \sum_{k=0}^{\infty} I_k \cos(k\omega_1 t - \varphi_k)$$

Яғни, **шығыс тогы** — бұл кіріс жиілігінің **бірнеше еселенген гармоникаларының жиынтығы** (кратные гармоники), олардың әрқайсысы белгілі амплитудамен I_n және фаза ығысумен φ_n сипатталады. Бұл — **жиілікті көбейту** эффектісінің негізі, және ол тек **бейсызық элементтерде** орын алады. Линеілік жүйеде тек кіріс жиілігі ғана сақталады.

Жолақтық сүзгі (ЖС) қажетті еселікке сәйкес келетін гармониялық тербелісті бөліп шығарады. Егер жолақтық сүзгі ретінде **резонанстық LC-контур** қолданылса, онда оның **резонанстық жиілігі** келесі формуламен анықталады:

$$f_{\text{рез}} = n f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Мұндағы: **L** – индуктивтік (Генри), **C** – сыйымдылық (Фарад), **f_{рез}** – контурдың **резонанстық жиілігі** (Герц). Бұл жиілікке тең гармониялық құраушы контурда күшейіп, қалған жиіліктер басылады, соның арқасында **жиілікті көбейту кезінде қажетті гармоника** сүзгіден өткізіледі.

Резонанстық жиілікте LC-контурдың толық кедергісі (импедансы) максималды мәнге жетеді:

$$R_{\text{рез}} = \rho Q,$$

Бақылау сұрақтары

1. Модуляция дегеніміз не және ол не үшін қажет?
2. Қандай сигнал модуляция үшін несущі ретінде қолданылады және неге?
3. Модуляцияның қандай негізгі түрлері бар (амплитудалық, жиіліктік, фазалық)?
4. Детекция және демодуляция ұғымдарына анықтама беріңіз.
5. Неліктен сызықтық жүйелерде спектр транспонирленбейді?
6. Бейсызық элементтерді қандай сипаттамаларымен сипаттайды?
7. ВАС дегеніміз не? Оның графигі қалай құрылады?
8. Полиномиалдық және бөлшектеп сызықтық аппроксимацияның айырмашылықтары қандай?
9. Жиілікті көбейту принципі неге негізделеді?
10. Резонанстық LC-контур қандай қызмет атқарады?
11. Кесу бұрышы әдісінің маңызы қандай және ол қандай кезде қолданылады?
12. Беріктілік дегеніміз не және оның физикалық мәні қандай?

Есептер:

Есеп 1:

Бейсызық элементтің ВАС-ы $i(u)=0.5(u-2)^2$ түрінде берілген. Егер кіріс кернеуі: $u(t)=2+1.5\cos(1000t)$ болса, токтың құрамында қандай гармоникалар пайда болады? Жоғарғы үш гармониканы Фурье қатарына жіктеу арқылы есептеңіз.

Есеп 2:

LC-контурдың индуктивтігі $L=100\ \mu\text{H}$, сыйымдылығы $C=100\ \text{pF}$.

- Резонанстық жиілікті табыңыз.
- Егер Беріктігі $Q=100$ болса, өткізу жолағының енін (Δf) есептеңіз.

Есеп 3:

Кіріс кернеуі $u(t)=3\cos(\omega t)$ болған жағдайда, ВАС-ы бөлшектеп сызықтық сипатта болатын БЭ үшін, кесу кернеуі $U_{\text{кес}}=1.5$.

- Кесу бұрышын θ табыңыз.
- Шығыс тогының негізгі гармоникасының амплитудасын есептеңіз.

Есеп 4:

Сигналды 3 есе жиілікте көбейту қажет. Кварцты генератор 5 МГц жиілік береді.

- Қандай бейсызық элемент қолданылады?
- Қандай гармоника LC-сүзгімен бөлінуі керек және ол қандай жиілікке тең?

Есеп 5:

Бейсызық элемент арқылы өткен сигналдың спектрінде мына жиіліктер анықталды:

$f=1 \text{ МГц}, 2 \text{ МГц}, 3 \text{ МГц}, 5 \text{ МГц}, 7 \text{ МГц}.$

- Бұл жиіліктер қандай комбинациялық жиіліктердің нәтижесі болуы мүмкін?
- Комбинациялық жиіліктердің ретін анықтаңыз.